実験とシミュレーションによる検証例

仮説が正しいかを確認するにはいくつかの方法があります。ここでは、(1)実験よる方法と　(2)シミュレーションによる方法を考えたいと思います。

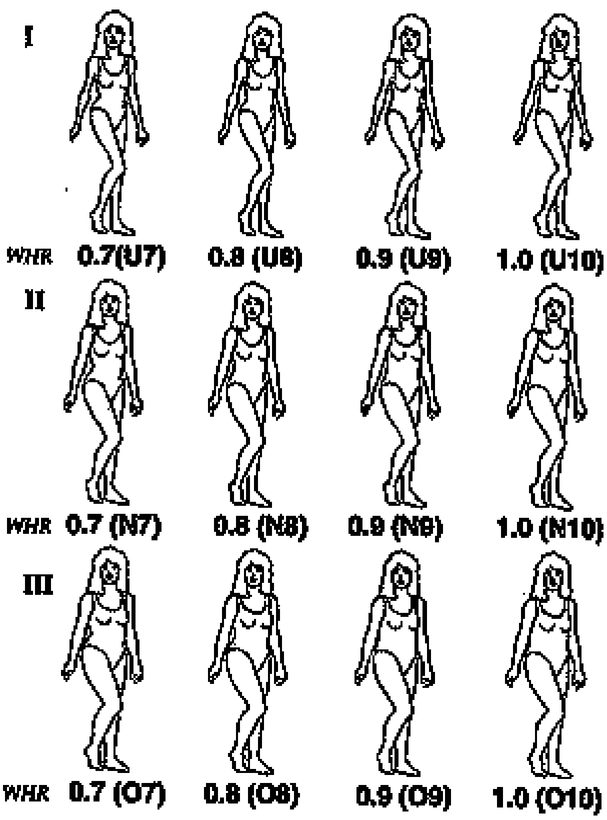
まず初めに

(1)　実験法

下記は分かりやすい例です。現実には多くの人を納得させる方法を論理的に考えていきたいと思います。

例　多くの人に、下記体形のうちどれが好みですかを質問する。対象、人数などにより判断します。ヒアリング方式になります。母数、偏りを記録します。

ヒップとウェスト比が　　の女性



（図　参考資料より引用　Singh,1993,9.56 評定線画より）

(2)シミュレーションによる方法

ある気質志向の形質を持った個体が突然変異で現れた時、持たない個体群の中で広がることを考えたい。先ず簡単なモデルとしてある気質志向形質の大きさを考えず、形質があるかないかでの進化を検討する。

人口は環境収容力で抑えられる時代を想定し全体の人口Nが増大するとqNだけ死亡率が増大する場合を考える。

ここである気質志向形質とはある気質になる為の行動を好んで行う　同調バイアスと同じような生得的な形質と考える。

ある気質を獲得する行動をとることが　ある気質につながり、生存が有利となり、この行動を促進する形質が進化すると考えるものである。

2-1 関係式

通常の個体(ある気質志向などを持たない個体)は次の式であらわされる。

$$dU_1 / dt = r\,U_1 - (d + q\,(U_1 + U_2 + U_3))\,U_1 \quad \textbf{(1)}$$

ここでr　は出生率を表し,死亡率は$(d+q\,N)$ であらわす。$q\,N$は環境収容力で直接に影響を受ける死亡率の項を示す。
$(r>0, d>0)$

ある気質志向という形質をもち　繁殖率を減らす行動をす

る突然変異を考える。ある気質志向形質を持った個体は k の割合である気質を達成するとし、志向を持たない個体はある気質にはなれないとする。

一度ある気質になると繁殖率を減らす行動はとらないとする。U_2,U_3はそれぞれある気質志向の個体とある気質の個体とする。そしてある気質個体はそうでない個体に比べ環境収容力で影響を受けない部分の死亡率が$(1-m)$だけ少ないとする。 各々の個体のある時間での変化は次の式で与えられる。

$$dU_2 / dt=r(1-p)U_2-(d+q(U_1+U_2+U_3))U_2+rU_3-kU_2 \tag{2}$$

$$dU_3 / dt=kU_2-(1-m)dU_3-q(U_1+U_2+U_3))U_3 \tag{3}$$

ここでpとm はそれぞれ繁殖率と死亡率の減少を表す。

$(0<p<1 \quad ,0<m<1)$

ある気質志向と志向の性質を持たない個体の全体のある時間での変化は(1)-(3)で与えられる。

2-2 平衡点

ここである時間後にどの方向に向かうかを考える。(1)-(3)の右辺を0とおいて平衡点を求めると　次の4つの平衡点が求まる

①{{ 0, 0, 0}, ②{ (r-d)/q, 0, 0}, ③{ 0, $\alpha_{2,}\alpha_1$, }, ④{0, $\beta_{2,}\beta_1$}

ただし$\alpha_{2,}\alpha_1\beta_{2,}\beta_1$は次の式で表わされる。

$$\alpha_1 = \frac{1}{2(rp+dm)q}\{k^2 - d(1-m)[-r(1-p)+dm-\sqrt{k^2+[-r(1-p)+dm]^2+2k(r+rp+dm)}]$$
$$+k(r+d+rp+\sqrt{k^2+[-r(1-p)+dm]^2+2k(r+rp+dm)})\} \tag{4}$$

$$\alpha_2 = -\frac{1}{2(rp+dm)q}[k^2+kr+kd+rd+2krp-r^2p+rdp+r^2p^2+kdm-2rdm+d^2m+rdpm$$
$$+(k+d+rp)\sqrt{k^2+[-r(1-p)+dm]^2+2k(r+rp+dm)}] \tag{5}$$

$$\beta_1 = \frac{1}{2(rp+dm)q}\{k^2 - d(1-m)[-r(1-p)+dm+\sqrt{k^2+[-r(1-p)+dm]^2+2k(r+rp+dm)}]$$
$$+k(r+d+rp-\sqrt{k^2+[-r(1-p)+dm]^2+2k(r+rp+dm)})\} \tag{6}$$

$$\beta_2 = -\frac{1}{2(rp+dm)q}[k^2+kr+kd+rd+2krp-r^2p+rdp+r^2p^2+kdm-2rdm+d^2m+rdpm$$
$$-(k+d+rp)\sqrt{k^2+[-r(1-p)+dm]^2+2k(r+rp+dm)}] \tag{7}$$

2-2 存在と局所安定の解析

時間がたつとどの状態で安定になるかを知るため、この各々の平衡点の存在と局所安定な条件求める。

2-2-1 *{0, 0, 0}の存在と*安定な条件

（この場合の存在条件は$0,0,0$となる。）

方程式よりヤコビアンの行列を求め　平衡点を代入し固有値を求める。

$$\begin{pmatrix} r-d-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & -k-d+r(1-p)-\lambda & r \\ 0 & k & -d(1-m)-\lambda \end{pmatrix}$$

固有値はそれぞれ次で表わされ実数である。

$$\{r-d,\ \mathbf{1}/\mathbf{2}[-k-d+r(\mathbf{1}-p)-d(\mathbf{1}-m)-\sqrt{k^2+[-r(\mathbf{1}-p)+dm]^2+\mathbf{2}k(r+rp+dm)}]\,\mathbf{,}$$

$$\mathbf{1}/\mathbf{2}[-k-d+r(\mathbf{1}-p)-d(\mathbf{1}-m)+\sqrt{k^2+[-r(\mathbf{1}-p)+dm]^2+\mathbf{2}k(r+rp+dm)}]\}$$

この特性方程式は固有値をλとすると次の式となる。

$$[\lambda-(r-d)](\lambda^2-[-k-d+r(1-p)-d(1-m)]\lambda-[kr+(1-m)d[r(1-p)-k-d])$$

これより安定な条件は固有値が全て負より（右辺のλの２次を含む項はラウス・フルビッツ判定条件より各次の係数が正

で求める。）

$$r < d \tag{8}$$
$$kr + (1 - m)d[r(1 - p) - k - d] < 0 \tag{9}$$
$$-k - d + r(1 - p) - d(1 - m) < 0 \tag{10}$$

但し(9)が成り立つと(10)は成り立つので(8)(9)が存在かつ安定条件になる。

(8)式は出生率rより死亡率dが大きい場合でU_1が0でない平衡点を持つ時の値が負の条件である。
(9)式はU_2, U_3が0でない平衡点を持つ時の値が負の条件式と一致する。

(9)式の左項は　気質の死亡率の減少が小さく、ある気質志向のコストが比較的大きいときは　負の領域が広くなる。

次にU_1のみが生き残る場合を考える。

2-2-2　$\{(r - d)/q, 0, 0\}$の存在と安定条件

この場合の存在条件は　$r\text{-}d>0$　となる。同様にヤコビアン

を求め固有値を求めると次の3つの固有値が求まる。

$$\{(d-r), 1/2(-k-r(1+p)+dm-\sqrt{[-k-r(1+p)+dm]^2-4(r^2p-kdm-rdpm)},$$
$$,1/2(-k-r(1+p)+dm+\sqrt{[-k-r(1+p)+dm]^2-4(r^2p-kdm-rdpm)}\}$$

固有値が全て負になるためには次の条件を満たすことが必要十分である。

(ラウス・フルビィツの判別式からも求められるが形を見てもわかる。)

$$d<r \tag{11}$$
$$r^2p-dm(k+rp)>0 \tag{12}$$
$$-k-r(1+p)+dm<0 \tag{13}$$

(13)式は広い範囲において成り立つ。

(11)の式はU_1が正である条件である。

(12)はU_1とU_2, U_3と比べどちらが生き残りに有利かを示す条件式である。たとえばある気質の死亡率を下げるmが小さいほど成り立ちやすくなる。ある気質の死亡率が大きく減少するほどU2,U3の方が有利となる。図B-3-1,図B-3-2参照

(12)(13)式が成り立てばU_2, U_3が0でないは平衡点が負となる条件式となる。

2-2-3 $\{0, \alpha_2, \alpha_1, \}$,　$\{0, \beta_2, \beta_1\}$の存在条件と安定性

上記平衡点を考える。この平衡点を考えるとき上記(4)-(7)

より両方の平衡点が共に正で存在することはない。

故に安定条件も大きい値のみを考える。

大きい方のU_2+U_3の人口を$\hat{N}_\beta$とし上記$\{0, \beta_2, \beta_1\}$とする。

先ず存在条件を考える。この根が正で存在するための必要十

分な条件は

$kr+(1-m)d[r(1-p)-k-d]>0$ となる。

次に安定条件を考える。 ヤコビアンを求め平衡点を代入し、

固有値を求める。この時、一度$\hat{U}_2$, $\hat{U}_3$はN_βの関係式として表

現し、固有値が全て負になる条件を求めると次の式を得る。

$$\hat{N}_\beta > 0 \quad \textbf{(14)}$$

$$d + q\hat{N}_\beta - r > 0 \quad \textbf{(15)}$$

(14)より

$kr+(1-m)d[r(1-p)-k-d]>0$　　($Appendix A-2$参照)　(

(15)より

$r^2 p - dm(k+rp) < 0$　　($Appendix A-4$参照)

(17)式はU_1に比べU_2, U_3が生き残りに有利な条件で例えばmが大きいほど条件が成立しやすくなる。

(16)はN_βが正の条件である。

この結果よりある気質の死亡率が改善され、比較的ある気質志向のコストが低い(17)の条件を満足し、rがdに比べ比較的大きい(16)の条件を満たすときU_2, U_3のみが残り安定になり、この条件を満たす環境ではある気質志向形質が進化することが分かる。